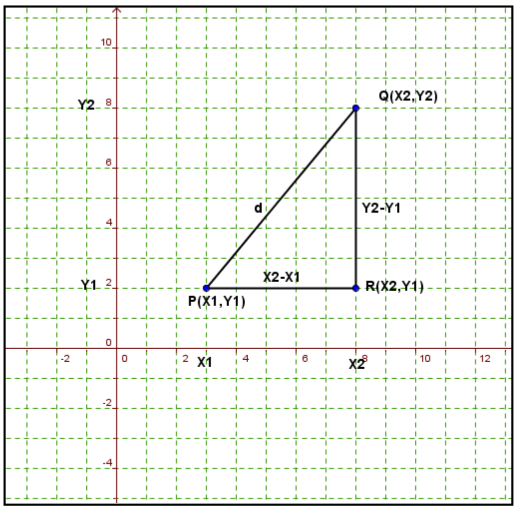
Distancia entre dos puntos

La distancia del punto $P(x_1, y_1)$ al punto $Q(x_2, y_2)$. En un sistema bidimensional se determina por:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Solución Gráfica



Solución Analítica

De la figura de la izquierda aplicamos el teorema de Pitágoras para deducir que:

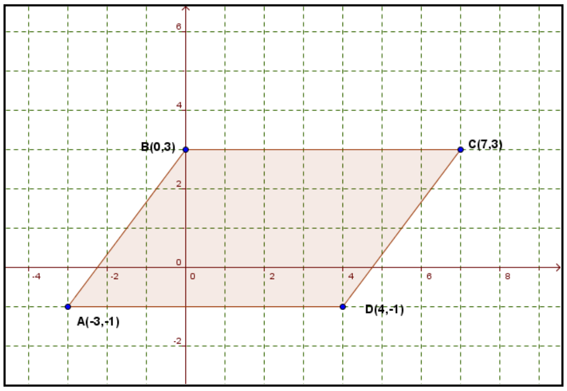
$$d = \left|\overline{PQ}\right| = \sqrt{\left(\overline{PR}\right)^2 + \left(\overline{QR}\right)^2}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ejemplos

1. Hallar el perímetro del cuadrilátero cuyos vértices son los puntos: A(-3, -1), B(0, 3), C(7, 3) y D(4, -1)

Solución grafica



Solución analítica

Usando la fórmula de distancia entre dos puntos, calculamos la distancia de cada uno de los lados de la figura

Distancia del punto A(-3, -1) al punto B(0, 3)

$$d = \sqrt{(-3-0)^2 + (-1-3)^2}$$
$$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

Distancia del punto B(0,3) al punto C(7,3)

$$d = \sqrt{(0-7)^2 + (3-3)^2}$$
$$= \sqrt{(-7)^2 + (0)^2} = \sqrt{49+0} = \sqrt{49} = 7$$

Distancia del punto C(7,3) al punto D(4,-1)

$$d = \sqrt{(7-4)^2 + (3-(-1))^2}$$
$$= \sqrt{(3)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{9+(4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

Distancia del punto A(-3, -1) al punto D(4,-1)

$$d = \sqrt{(-3-4)^2 + (-1-(-1))^2}$$
$$= \sqrt{(-7)^2 + (-1+1)^2} = \sqrt{49+(0)^2} = \sqrt{49} = 7$$

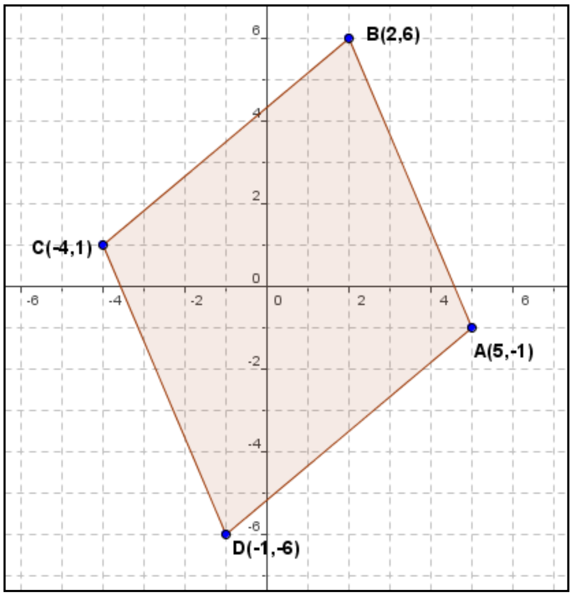
El perímetro es la suma de las longitudes de sus lados es decir:

$$Perimetro = \left|\overline{AB}\right| + \left|\overline{BC}\right| + \left|\overline{CD}\right| + \left|\overline{AD}\right|$$
$$= 5+7+5+7 = 24$$

Nota:
El cuadrilátero que tiene sus lados opuestos iguales es un paralelogramo.

2. Demostrar que los puntos A(5, -1), B(2, 6), C(-4, 1) y D(-1, -6) son los vértices de un paralelogramo.

Solución Grafica



Solución Analítica

Distancia del punto A(5, -1) al punto B(2, 6)

$$d = \left|\overline{AB}\right| = \sqrt{(5-2)^2 + (-1-6)^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + (-7)^2} = \sqrt{9+49} = \sqrt{58} \approx 7.616$$

Distancia del punto B(2, 6) al punto C(-4, 1)

$$d = \left|\overline{BC}\right| = \sqrt{(2-(-4))^2 + (6-1)^2}$$

$$= \sqrt{(2+4)^2 + 5^2} = \sqrt{6^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{36+25} = \sqrt{61} \approx 7.810$$

Distancia del punto C(-4, 1) al punto D(-1, -6)

$$d = \left|\overline{CD}\right| = \sqrt{(-4-(-1))^2 + (1-(-6))^2}$$

$$= \sqrt{(-4+1)^2 + (1+6)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 7^2}$$

$$= \sqrt{9+49} = \sqrt{58} \approx 7.616$$

Distancia del punto D(-1, -6) al punto A(5 -1)

$$d = \left|\overline{DA}\right| = \sqrt{(-1-5)^2 + (-6-(-1))^2}$$

$$= \sqrt{(-6)^2 + (-6+1)^2} = \sqrt{36 + (-5)^2}$$

$$= \sqrt{36+25} = \sqrt{61} \approx 7.810$$

Como las distancias CD y AB son iguales a sí como AD y BC, se determina que es un paralelogramo.